

Een speelrooster voor 10 spelers op twee banen

Aanleiding

Wij hebben onlangs een speelrooster gemaakt voor een groep van 9 deelnemers waarvan bij toerbeurt één reserve is. Dit bleek tot onze verrassing perfect uit te komen: elke deelnemer speelt even vaak en alle mogelijke koppels komen daarbij even vaak voor. Ook krijgt elke speler elke van de tegenstanders even vaak tegenover zich (uiteraard in verschillende combinaties). Tenslotte is iedereen keurig om de beurt ingeroosterd als reserve. Na dit 'succes' hebben we het uit nieuwsgierigheid ook geprobeerd voor een groep van tien spelers waarvan telkens twee als reserve: Hierbij van de uitkomst van dit onderzoek.

De situatie

Tien spelers tennissen elke week in dubbelspel op twee banen. Elke week spelen er acht en zijn twee reserve.

De vraag

Is het mogelijk een jaarschema te maken zodat:

- (1) De reserve-taak zo gelijk mogelijk verdeeld is (liefst iedereen even vaak en netjes ongeveer om de vijf of dagen)
- (2) Elke speler met zoveel mogelijk verschillende anderen kan samenspelen (liefst met elk van hen even vaak)
- (3) Elke speler tegen zoveel mogelijk verschillende tegenstanders speelt (liefst tegen elk van hen even vaak)

De oplossing

Om een oplossing te vinden gingen wij niet uit van de individuele spelers, maar van de teams. Uitgaande van rugnummers maakten we een lijst van alle mogelijk teams: 1-2, 1-3, 1-4, en zo door tot 1-10 en dan 2-3, 2-4.. enzovoort. Er blijken totaal 45 verschillende teams mogelijk te zijn (dat aantal kan je trouwens ook wiskundig bewijzen).

Op elke speldag spelen er op de eerste baan twee teams tegen elkaar en op de tweede baan ook, dus totaal spelen er op die ene dag 4 teams. Qua aantallen zou je dan op elf speldagen bijna elk van de 45 mogelijke teams één keer plaatsen ($4 \times 11 = 44$). Als het zou lukken elf dagen zo in te vullen weet je zeker dat bijna elke speler precies één keer met elke andere speler gespeeld heeft. (Eén combinatie valt dan buiten de boot, maar dat kunnen we misschien achteraf corrigeren).

Wij hebben de methode die bij het vorige ontwerp goed werkte hier weer toegepast: 45 papiertjes gemaakt met op elk daarvan één van de 45 mogelijke teams. Daarna geprobeerd of we er zonder verdubbelingen vier per speldag konden neerleggen (je moet natuurlijk zorgen dat er nooit een speler in twee verschillende teams staat en dan bv tegen zichzelf zou moeten spelen!).

Het uitleggen van teams komt helaas niet vanzelf goed uit, want vaak zit je na acht dagen helemaal klem: met de teams die je dan nog over hebt kan je geen wedstrijden meer samenstellen.

Als je in het rooster voor de reserves een perfect gelijke verdeling wilt, moet je dat rooster eigenlijk eerst maken. Helaas lukt het dan helemaal niet meer om het speelrooster rond te krijgen. We vonden uiteindelijk toch een oplossing door één reserve plaats vooraf in te vullen en de andere pas samen met de invulling van het spelrooster.

tussenstand

We vonden na veel gepuzzel een oplossing voor een periode van elf dagen die redelijk voldoet aan de vraag.

- Elke speler speelt is bijna even vaak (8 of 9 keer), en speelt vrijwel in elke mogelijke combinatie (er ontbreekt maar één keer een combinatie, dwz er zijn precies twee spelers die niet met elkaar spelen)
- Elke speler vindt elke andere speler regelmatig tegenover zich (variërend van 6 tot 8 keer)
- De meeste spelers staan 2 keer als reserve, een tweetal 3 keer. Het rooster voor de reserves is redelijk gespreid (voor de meeste spelers eens in de vijf weken, een enkele korter, een enkele langer).

Het is dus niet perfect, met name het reserve-rooster niet. Bovendien is 11 speeldagen te weinig voor een heel jaarschema. Gelukkig kan het schema met weinig extra werk worden uitgebreid. Extra mooi is het dat daarbij de tekortkoming bijna vanzelf kleiner worden.

De eindoplossing

Na het maken van het basisrooster hoefden wij voor de volgende 11 dagen niet helemaal opnieuw te beginnen met puzzelen. Je begrijpt direct waarom als je even meekijkt naar een willekeurige speeldag. Op de eerste baan speelt team A tegen team B en op de tweede baan team C tegen D. De wedstrijden zijn dus A-B en C-D. Je kunt met diezelfde vier teams variëren door de wedstrijden A-C en B-D te programmeren. In feite is er nog een tweede variatie mogelijk, namelijk de wedstrijden A-D en B-C. (meer variaties zijn niet mogelijk)

Als je deze eerste verandering voor alle 11 speeldagen doorvoert krijg je een nieuw elf-dagen-rooster, waarin de spelers hun tegenstanders in andere combinaties tegenkomen.

Als je vervolgens de tweede variatie in alle 11 regels van het basisschema doorvoeren heb je weer een ander elf-dagen rooster.

Wij hebben er voor gekozen van deze derde variant alleen de eerste vijf regels te gebruiken, zodat er nu een rooster ligt voor $11+11+5=27$ speeldagen. Je kunt daar makkelijk een dag aan toevoegen of een van afhalen om bij een gewenst totaal uit te komen.

Door deze herhalingen van het basisrooster worden de ongelijkheden in het oorspronkelijke rooster kleiner. Bovendien was het mogelijk door kleine variaties extra verbeteringen aan te brengen (de combinatie die in het eerste rooster uit de boot viel, komt in de tweede 11 dagen wel voor, maar in ruil valt daar een andere combinatie uit de boot, etc.)

Resultaat is een rooster met de volgende eigenschappen:

- Elke speler speelt vrijwel even veel, namelijk 21 of 22 wedstrijden
- Elke speler speelt minimaal twee en maximaal drie keer in elk van de 45 mogelijke teams.
- Elke speler krijgt elk van de andere spelers ongeveer 14 keer tegenover zich
- Elke speler is 5 of 6 keer reserve

dag	datum	eerste baan		tweede baan		reserve
1		2+3	4+6	7+8	9+10	1 en 5
2		1+3	4+5	6+9	8+10	2 en 7
3		4+9	5+6	1+2	7+10	3 en 8
4		1+10	3+7	2+5	6+8	4 en 9
5		2+4	6+7	3+10	8+9	5 en 1
6		5+8	1+9	2+7	3+4	6 en 10
7		1+4	3+8	6+10	5+9	7 en 2
8		1+6	5+10	2+9	4+7	8 en 3
9		1+8	2+6	3+5	7+9	10 en 4
10		1+7	2+8	3+9	4+10	5 en 6
11		3+6	4+8	5+7	2+10	9 en 1
12		2+3	7+8	1+5	9+10	4 en 6
13		1+3	6+9	4+5	8+10	2 en 7
14		4+9	1+2	5+6	7+10	3 en 8
15		1+10	2+5	3+7	6+8	4 en 9
16		2+4	3+10	6+7	8+9	5 en 1
17		5+8	2+7	1+9	3+4	6 en 10
18		1+4	6+10	3+8	5+9	7 en 2
19		1+6	2+9	5+10	4+7	8 en 3
20		1+8	3+5	2+6	7+9	10 en 4
21		1+7	3+9	2+8	4+10	5 en 6
22		3+6	5+7	4+8	2+10	9 en 1
23		2+3	9+10	7+8	4+6	1 en 5
24		1+3	8+10	6+9	4+5	2 en 7
25		4+9	7+10	1+2	5+6	3 en 8
26		1+10	6+8	2+5	3+7	4 en 9
27		2+4	8+9	5+1	6+7	3 en 10

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10